Cadeias de Markov - Exemplos de aplicação na indústria

1. **Falhas em equipamentos.**

   Há três máquinas em operação em uma linha de produção. A probabilidade de uma máquina falhar em um determinado dia é p, independente da situação das outras máquinas. Somente uma máquina pode ser reparada no mesmo dia (a oficina estará disponível para o próximo dia). A máquina 1 supre as máquinas 2 e 3, ou seja, se a máquina 1 falhar não há produção naquele dia. Se a máquina 1 falhar, ela é sempre reparada primeiro. Se as máquinas 2 e 3 falharem e a 1 continuar em operação, a máquina 2 é reparada primeiro. As máquinas, que estiverem inoperantes permanecem inoperantes durante todo o dia. Máquinas em operação permanecem funcionando, mas podem falhar no próximo dia. É certo que uma máquina reparada operará no próximo dia. Considere p = 0,10. A preocupação são os dias sem produção ou com produção reduzida devido à quebra de equipamentos.
2. **Preço de ativo financeiro.**

   Considere o seguinte modelo para o valor de uma ação. No final de cada dia, o preço é registrado. Se a ação subiu, a probabilidade de que ela subirá amanhã é de 0,7. Se a ação tiver caído, a probabilidade de que ela subirá amanhã e de apenas 0,5. Para fins de simplificação, classificaremos como uma queda, caso o preço da ação permaneça estável.
3. **Clima**.

   O tempo em Juiz de Fora pode mudar de maneira bastante rápida de um dia para o outro. Entretanto, as chances de o dia ser ensolarado amanhã são ligeiramente maiores caso não esteja chovendo hoje. Particularmente, a probabilidade de não chover amanhã é 0,8, caso hoje esteja seco, porém é de apenas 0,6, caso tenha chovido hoje. Essas probabilidades não mudam, caso as informações sobre o tempo antes de hoje forem levadas em consideração. O clima na região é bastante estável, permitindo supor que essas probabilidades de transição não se alterem durante o ano.
4. Modelo de estoque.

   Um dado produto é estocado de maneira a satisfazer uma demanda continuada. A demanda agregada entre o tempo t e t + 1 é D_t + 1, t = 0, 1, ... Assume-se que $\{D_{t+1}\}_{t>0}$ são identicamente distribuídas e independentes entre si e com o valor inicial do estoque X_0. A reposição do estoque ocorre no tempo t + 0 (ou seja, imediatamente após o instante t), para todo t > 0. Uma estratégia popular de reposição de estoque é a política (s, S), onde s e S são inteiros tais que 0 < s < S. Sob essa política de estoque, se, no instante t, o estoque está menor ou igual a s, então ele é trazido para o nível S no instante t + 0. Caso contrário não é tomada nenhuma ação. O estoque inicial X_0 não é maior que S e, portanto, $\{X_{t+1}\}_{t>0}$ assume valores em E = $\{S, S – 1, S – 2, ...\}_{t>0}$. São permitidos valores negativos, com a interpretação de que uma demanda não atendida é imediatamente satisfeita mediante reposição de estoque.

   A equação dinâmica de evolução do estoque é dada por:

$$X_{t+1} = \begin{cases} \max\{X_t - D_{t+1}, 0\} & , \text{se } s < X_t \leq S \\ S - D_{t+1} & \text{se } X_t \leq s \end{cases}$$

$\{X_{t+1}\}_{t>0}$ é uma cadeia de Markov homogênea.

- Outra abordagem:

  Não há reposição instantânea caso a demanda no instante t seja maior que o estoque. Assim, $\{X_{t+1}\}_{t>0}$ assume valores em E = {S, S – 1, S – 2, ...}. Nesse caso, a equação dinâmica da evolução do estoque é:

$$X_{t+1} = \begin{cases} \max\{X_t - D_{t+1}, 0\} & , \text{se } s < X_t \leq S \\ \max\{S - D_{t+1}, 0\} & , \text{se } X_t \leq s \end{cases}$$